

XATOLIKLARNI BAHOLASH

Nuraliyev T.A.

O'zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali

a taqribiy soni deb, aniq a_0 sonidan deyarli farq qilmaydigan va hisoblashlar oxirida almashtiriladigan songa aytiladi.

Taqribiy a soni va uning aniq qiymati a_0 orasidagi $a - a_0$ ayirma va a taqribiy sonining xatoligi deb yuritiladi va odatda bu ko'rsatgich noma'lum bo'ladi. a sonining taqribiy xatolik qiymati deganda

$$|a - a_0| \leq \Delta_a$$

ko'rinishdagi tengsizlik tushuniladi. a_0 aniq soni

$$a - \Delta_a \leq a_0 \leq a + \Delta_a$$

chegaralarda bo'lishi kelib chiqadi.

a taqribiy sonining δ_a nisbiy xatoligi deb uning absolyut xatoligining a sonining absolyut qiymatiga nisbatiga, ya'ni

$$\delta_a = \Delta_a / |a| \quad (a \neq 0).$$

miqdorga aytiladi.

Masalani EHMda yechish jarayonida muayyan xatoliklarga yo'l qo'yish mumkin. Quyida ulardan ayrimlarini keltirib o'tamiz.

Bartaraf qilish mumkin bo'lmagan xatoliklar. Bu xildagi xatoliklar masalani yechishda tuzilgan matematik modelda yo'l qo'yilgan taxminlar, farazlar va shuning oqibatida modelda paydo bo'lgan ayrim kamchiliklar va qusurlar bilan aniqlanadi. Masalan, matematik model unga kiruvchi o'zgaruvchilar va parametrlarning o'zgarish sohasining ma'lum bir qismida yaxshi natijalar berib, boshqa bir qismida esa yaroqsiz yechim berishi mumkin. Shuning uchun, matematik modelning "ishlash" sohasini topish masalani yechish bosqichlaridagi hal qilinishi lozim bo'lgan asosiy vazifalardan biridir. Bartaraf qilish mumkin bo'lmagan xatoliklarga matematik modellarda ishlatiluvchi parametrlarning dastlabki berilgan qiymatlarining xatoliklari ham kiradi. Parametrlarning bu qiymatlarini har xil fizik, texnik, kimyoviy tajribalar, muhandislik izlanishlari asosida topiladi. Ayrim parametrlar esa dastlabki hisob-kitoblar orqali asoslanadiki, shu bosqichning o'zidayoq ularga hisoblash xatoliklari qo'shiladi. Tajribalar aniqligini oshirib bu xatoliklarni kamaytirish mumkin, lekin ularni batamom bartaraf etib bo'lmaydi. Hisoblashlarda matematik modelda qatnashuvchi parametrlarning dastlabki qiymatlari bir-biriga yaqin tartibdagi xatoliklarga ega bo'lishiga erishish zarur.

Matematik usullarning xatoliklari. Matematik modeldagi tenglamalarni hamma vaqt ham aniq usullar bilan yechib bo'lmaydi. Faqat, ayrim hususiy hollardagina buning imkoniyati mavjud. Lekin, olingan yechim ko'pincha juda murakkab ko'rinishda bo'ladi, ular asosida topilgan ko'rsatkichlarning son qiymatlarini EHMda hisoblash o'z navbatida oson masala emas.

Bunday hollarda masala taqribiy usullar yordamida yechiladi.

Tabiiyki, bunda aniq yechim emas, balki taqribiy yechim hosil qilinadi. Taqribiy usullarning asosini sonli usullar tashkil qiladi. Sonli usullarning aniqligini ma'lum darajada oshirish mumkin, lekin bu usulning EHMda ishlashiga ketadigan

vaqt miqdorini keskin ko'paytirib yuboradi. Sonli usul aniqligini o'ta oshirish hamma vaqt ham natijalarning aniqligini oshiravermaydi. Shuning uchun, sonli usullarning aniqligini matematik modelga kiruvchi parametrlar aniqligidan bir-ikki tartib yuqoriroq olish bilan cheklanish mumkin.

Sonli usullarga qo'yiladigan talablar. Matematik modeldagi tenglamalarni har xil sonli usullar bilan yechish mumkin. Lekin, hamma usullar ham kerakli aniqlikdagi yechimni beravermaydi. Ayniqsa, masala hozirgi zamon EHMlarida yechilganda hisoblash algoritmi turli, o'ziga xos shartlarni bajarishi kerak. Sonli usullarga qo'yiladigan talablar ikki guruhga bo'linadi. Birinchi guruhga sonli usullar qo'llanishi natijasida xosil qilingan diskret(uzuq-uzuq) masalaning matematik modeldagi dastlabki masalaga mos kelish shartlari kiradi.

Sonli usullarning yaqinlashishi, diskret masalalarda saqlanish qonunlarining bajarilishi, turg'unlik, korrektilik kabi talablar birinchi guruhga kiradi. Shulardan ayrimlarini qarab o'tamiz. Matematik modeldagi parametrlarning dastlabki qiymatlaridagi xatolikni bartaraf etish mumkin bo'lmagan xatolik ekanligini yuqorida ko'rsatgan edik. Bu xatolikni masala yechimiga ko'rsatadigan ta'sir darajasini bilish katta ahamiyatga ega. Sonli usullarning bunday sezuvchanligini (ta'sirchanligini) turg'unlik degan tushuncha yordamida tekshirish mumkin.

Agar quyidagi shartlar bajarilsa, masala korrekt qo'yilgan deyiladi:

1)yechim mavjud; 2)yagona; 3)turg'un. Ko'rsatilgan shartlardan birortasi bajarilmasa, masala korrekt qo'yilmagan deyiladi. Bunday masalalarga sonli usullarni qo'llash foydasizdir, chunki bunda yetarli darajadagi shartlarni qanoatlantiruvchi sifatli yechimni olish imkoniyati yo'qdir. Shuni ham aytish kerakki, ayrim korrekt qo'yilmagan masalalarni yechish usullari ham yaratilgan. Bu usullar dastlabki qo'yilgan masalani emas, unga korrekt qilib qo'yilgan yordamchi masalani yechishga asoslangandir.

Yuqoridagiga o'xshash sonli usullarning korrektilik tushunchasi kiritilgan. Agar masaladagi parametrlarning barcha qiymatlarida sonli yechim mavjud, yagona va turg'un bo'lsa, u korrekt deyiladi. Sonli usullar bilan topilgan yechim masalaning haqiqiy yechimiga yaqin bo'lishi kerak. Buni sonli usullarning yaqinlashishi tushunchasi yordamida tahlil qilishimiz mumkin. Diskretlashgan masalalar misolida yaqinlashish tushunchasini quyidagicha berishimiz mumkin. Agar diskretlashtirilgan masalaning yechimi diskretlashtirish parametri nolga intilganda dastlabki uzluksiz masalaning yechimiga intilsa, sonli usul yaqinlashadi deyiladi.

Xatoliklarni baholashga doir bir nechta misollarni ko'rib chiqamiz.

1-misol.

1 cm aniqlikda o'lchangan xonaning bo'yi va eni $a=4,95\text{ m}$ va $b=3,24\text{ m}$ ga teng. Xona yuzasi $S=a*b=4,95\text{ m} * 3,24\text{ m} = 16,038\text{ m}^2$. Hisoblashdagi xatolik baholansin.

Yechish. Masala shartiga ko'ra $\Delta_a=0,01\text{ m}$, $\Delta_b=0,01\text{ m}$. Eng katta va eng kichik bo'lgan chegaraviy yuza qiymatlari quyidagicha:

$$(a+0,01)(b+0,01)=4,96*3,25=16,12\text{ m}^2$$

$$(a-0,01)(b-0,01)=4,94*3,23=15,9562\text{ m}^2.$$

S – yuzaning absolyut xatoligi:

$$\Delta_s = |S - S_0| \leq 0,082 \text{ m}^2$$

S taqribiy sonining δ_s nisbiy xatoligi:

$$\delta_s = \Delta_s / |S| = 0,082/16,038=0,005113.$$

2-misol.

$$y = \frac{\sqrt{ab}}{c} \quad a=3,845 \pm 0,004; \quad b=6,2 \pm 0,05; \quad c=8,4 \pm 0,1. \text{ Funksiyaning absolyut}$$

va nisbiy xatoligini aniqlang.

Yechish.

$$y = \frac{\sqrt{ab}}{c} = \frac{\sqrt{3,845 \cdot 6,2}}{8,4} = 0,581$$

Eng katta va eng kichik bo'lgan funksiya qiymatlari quyidagicha:

$$y_1 = \frac{\sqrt{ab}}{c} = \frac{\sqrt{3,849 \cdot 6,25}}{8,3} = 0,591$$

$$y_2 = \frac{\sqrt{ab}}{c} = \frac{\sqrt{3,841 \cdot 6,15}}{8,5} = 0,572$$

y funksiyaning absolyut xatoligi:

$$\Delta_y = |y_1 - y_2| / 2 = 0,019/2 = 0,0095$$

y funksiyaning δ_y nisbiy xatoligi:

$$\delta_y = \Delta_y / |y| = 0,0095/0,581=0,016.$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari. Toshkent, O'qituvchi, 1-qism, 2003, 2-qism, 2008.
2. Aloyev R.D., Xudoyberganov M.O'. Hisoblash usullari kursidan laboratoriya mashg'ulotlari to'plami. O'zMU. O'quv qo'llanma. 2008 y. 110 b.
3. Dyakonov V.P. Maple 6: учебный курс. SPb.: Piter, 2001.
4. Bugrov Ya.S., Nikolskiy S.M. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука. 1989.